CAPES DE MATHEMATIQUES

EPREUVE SUR DOSSIER

DOSSIER N° 74

Question :

Présenter un choix d'exercices sur le thème suivant :

Exemples d'étude du comportement asymptotique d'une fonction. Applications.

Pour au moins l'un de ces exercices, la résolution doit faire appel à l'utilisation d'une calculatrice.

Consignes pour l'épreuve : (cf. BO n° spécial 5 du 21/10/1993)

Pendant votre préparation (deux heures), vous devez rédiger sur les fiches mises à votre disposition, un résumé des commentaires que vous développerez dans votre exposé et les énoncés de vos exercices. La qualité de ces fiches interviendra dans l'appréciation de votre épreuve. Le terme " exercice " est à prendre au sens large ; il peut s'agir d'applications directes du cours, d'exemples ou contre-exemples venant éclairer une méthode, de situations plus globales ou plus complexes utilisant éventuellement des notions prises dans d'autres disciplines.

Vous expliquerez dans votre exposé (25 minutes maximum) la façon dont vous avez compris le sujet et les objectifs recherchés dans les exercices présentés : acquisition de connaissances, de méthodes, de techniques, évaluation. Vous analyserez la pertinence des différents outils mis en jeu.

Cet exposé est suivi d'un entretien (20 minutes minimum).

Annexes :

Vous trouverez page suivante, en annexe, quelques références aux programmes ainsi qu'une documentation conseillée.

Ces indications ne sont ni exhaustives, ni impératives ; en particulier, les références aux programmes ne constituent pas le plan de l'exposé.

ANNEXE AU DOSSIER N° 74

Référence aux programmes :

Extraits du programme de Première S :

Asymptotes verticales, horizontales ou obliques.	On étudiera, sur des exemples très simples (fonctions polynômes de degré 2 ou 3, fonctions rationnelles du type $x \rightarrow ax + b + h(x)$ avec h tendant vers 0 en $+\infty$ ou $-\infty$), les limites aux bornes de l'intervalle de définition et les asymptotes éventuelles.	On s'appuiera sur l'intuition ; les résultats usuels sur les sommes et produits de limites apparaîtront au travers des exemples et seront ensuite énoncés clairement.

Extraits du programme de Terminale STI :

Exemples de recherche d'asymptotes ; exemples d'étude du comportement local ou asymptotique d'une fonction.	Pour l'étude des comportements asymptotiques en $+\infty$ (ou en $-\infty$), on exploitera la comparaison de la fonction donnée f à une fonction plus simple g telles que $\lim\limits_{+\infty}(f - g) = 0$; en dehors du cas des asymptotes horizontales ou verticales, des indications doivent être fournies sur le forme de la fonction g à utiliser.

Extraits du programme de Terminale S :

Fonctions $x \mapsto a^x$ pour $a > 0$. Comportement asymptotique ; allure des courbes représentatives.	On positionnera, à l'aide d'un grapheur, les courbes représentatives de $x \rightarrow e^x$ et de $x \rightarrow \ln x$ par rapport à celles des fonctions $x \rightarrow x^n$.	
Croissance comparée des fonctions exponentielles, puissances entières et logarithme.	On étudiera les fonctions $x \rightarrow e^{-kx}$, ou $x \rightarrow e^{-kx^2}$, avec $k > 0$, et on illustrera leur décroissance rapide.	Ces fonctions sont très utilisées en probabilité et en statistique, en théorie du signal etc.

Documentation conseillée :

Manuels de Première S, de Terminale STI, de Terminale S, de Terminale ES.